

三 正比例和反比例



(一) 单元教学目标

1. 正确理解比例的意义和基本性质,会运用比例的基本性质解比例。
2. 正确理解正比例和反比例的意义,能正确判断成正比例的量 and 成反比例的量。
3. 初步认识正比例图像,能在方格纸上画出正比例图像。
4. 能运用正、反比例知识解决生活中的简单实际问题,培养学生的数学应用意识和解决问题的能力。
5. 经历探索比例的意义和基本性质、正比例和反比例的意义及其应用的学习过程,了解正、反比例知识的形成过程,体会正、反比例知识与生活的联系。
6. 在学习中体会具有正比例关系和反比例关系的两种量之间的联系,进行辩证唯物主义观点的启蒙教育。



(二) 单元内容分析

本单元教科书内容包括比例的意义和基本性质、正比例和反比例的意义及其应用,这是本册教科书的重点内容之一。

本单元教科书除主题图外,安排了比例、正比例、反比例、整理与复习4个小节。第1节根据主题图所引出的内容,集中介绍比例的意义和比例的基本性质,并运用基本性质解比例;第2节主要介绍正比例,其内容包括正比例的意义、成正比例量的判断、正比例图像和应用正比例知识解决问题等;第3节主要介绍反比例,内容包括反比例的意义、成反比例量的判断、应用反比例知识解决生活中的问题等;第4节是对全单元知识的系统整理和复习。

【单元教学重点】 比例的意义和基本性质、正比例和反比例的意义、正比例和反比例的应用。

【单元教学难点】 比例意义的抽象概括、成正比例和成反比例量的判断。



(三)单元教学建议

1. 创设问题情境,激起学生学习比例的心理需要。

根据教科书的安排,在比例教学中要充分利用主题图所创设的活动情境,通过测量旗杆、竹竿影子长度探究旗杆实际高度的问题情境引出比例的问题,激发学生学习比例知识的心理需要。教学时可用不同的方式去再现主题图上的活动情境:一是可以通过多媒体动态地呈现主题图中的内容,并引导学生观察图中的旗杆,引出“旗杆有多高”的思考。在此基础上让学生阅读教科书关于“可以通过测量影子的长度来计算旗杆的长度”的提示,并根据提示观察图中小朋友测量旗杆、竹竿影子长的画面,引导学生联想旗杆、竹竿的长分别与它们各自影长的比的问题。然后引导学生按照这种联系去研究例1表中竹竿长度和影子长度所组成的比,发现这些比的比值相等的客观事实,并根据“ $3:2=9:6, 9:3=6:2$ ”等式子引出比例的概念。二是课前可布置学生亲自实践主题图中测量影长的活动,把主题图中的问题情境变成一种学生操作的活动情境,让学生在实验中测量出具体物体和它们影子的长度,并将数据带到课堂上计算其比值,引出两个比相等的式子即比例。不论是引导学生观察主题图中测量旗杆、竹竿影子长的画面,还是让学生动手测量物体影子长,教学时要特别强调一点,那就是测不同物体影子长必须是在同一时刻进行,因为不同时刻的物体长度和它们影子长度的比的比值是不相同的(如果有条件,将测量旗杆、竹竿等物体和他们影子长度的活动安排在课堂教学中完成更好)。

创设问题情境,在这里具有多方面的作用和功能。一是用活动情境作为比例在生活中的现实背景,让学生从现实生活中引出所要学习的比例知识,这体现了数学学习内容的现实性。二是由于图中情境只引出了测量旗杆、竹竿影子长的活动,并没有算出旗杆的实际高度,所以它可以起到激发学生学习比例知识算出旗杆实际长度的心理需要。三是活动情境中蕴含着解决问题的策略,这有利于培养学生的探索精神、解决问题的能力及创新思维。教学时要高度重视活动情境的教育价值,并最大限度地发挥其价值。

2. 突出重点,强化学生对正、反比例意义的理解。

正确理解正比例和反比例的意义是全面掌握正、反比例知识的关键,在教学中要特别注意突出这一重点,切实让学生理解正比例和反比例的意义,明确正比例和反比例中两种相关联的量之间的变化规律。在教学中,我们可以采用以下措施去加强学生对正、反比例意义的理解。

首先,充分认识正、反比例意义在正、反比例知识系统中的作用。教学设计时,教师应对正比例和反比例两节教科书内容作全面分析,分别梳理出各自的内容及其相互之间的联系,深刻认识正、反比例意义在两节内容中的地位和作用。它们既是正比例知识和反比例知识的逻辑起点,同时也是判断两种量是成正比例的量还是成反比例的量、学习正比例图像、解决正比例和反比例问题的依据和基础。学生能否正确理解正、反比例的意义,将直接决定着他们能不能全面掌握正、反比例知识,能否正确解决有关正、反比例的实际问题。

其次,引导学生联系生活实际理解正、反比例的意义。教学时要充分利用现实生活中具有正、反比例关系的素材,帮助学生理解正、反比例的意义。一方面要用好教科书提供的素材,分别利用小区收水费和旅游等事件去探索成正比例和反比例中两种量之间的变化规律。另一方面教师还可以根据学习的需要补充一些学生熟悉的生活素材,如反映速度、时间和路程,单价、数量和总价之间关系的素材,引导学生利用生活经验更好地理解成正比例、反比例关系中的两种相关联的量之间的变化规律。

另外,在教学中还应加强正、反比例意义的应用,让学生在应用中加深对其意义的理解:一要重视学生对两种量是否成正比例或反比例的判断,让学生在判断中根据具体的问题情境去理解什么样的两种量是成正比例的量、什么样的两种量是成反比例的量;二是加强有关用正、反比例解决问题的教学,一方面引导学生根据正、反比例的意义去探索有关正、反比例问题的解决策略,另一方面让学生在解决问题的过程中进一步加深对正、反比例意义的理解。

3. 适当增强学习的探索性,让学生在探究中发现规律。

本单元教科书安排了大量让学生探究发现的内容,如比例的意义和基本性质、正比例和反比例的意义、正比例图像等都需要学生去探究、发现和总结。在教学中特别要注意根据教科书的编写意图,把学习的主动权交给学生,让学生全面经历探究发现的过程,引导学生在自主探索的基础上通过合作交流等形式去发现和总结规律。在探究发现的过程中要注意以下几点。

(1)创设可供学生探究发现的问题情境。教学时先确定好探究的主题,然后根据探究的主题和需要创设合适的问题情境,通过情境一方面激发学生的探究愿望,另一方面为学生的探究发现创设必要的条件。如探究正比例的意义时,教师可引导学生先回忆小区收水费的情形,并让他们思考“水费的多少与什么有关”“当水的单价确定以后水费随什么量的变化而变化”等问题,然后让学生去观察、发现教科书第43页例1的水费统计表,根据表中用水量和水费两种量之间的变化情况总结其中的规律。

(2)既要关注学生的探索过程,也要重视学生的探究结果。在整个小学数学知识系统中,比例、正比例、反比例的意义和比例的基本性质是一些十分重要的数学概念和命题,使学生切实掌握并灵活运用这些概念和命题是本单元教学的基本任务。在教学中我们一方面要根据新的课程理念,引导学生全面经历比例、比例的基本性质、正比例及其图像、反比例等内容的探究过程,让他们了解这些知识在现实生活中的背景,知道这些内容是怎么产生的;另一方面也要重视学生对这些知识结论的掌握,并能够将这些结论应用到生活中去解决一些简单的实际问题。如正比例教学,既要让学生全面经历探索正比例意义的过程,也要让学生联系具体问题理解正比例概念。

(3)对学生的探究过程给予必要的指导。学生对比例及其基本性质、正比例和反比例意义的探究离不开教师必要的指导和帮助,在教学中一方面不要用教师的探究去代替学生的探究,另一方面也不能忽视教师必要的指导,要把学生的自主探究和教师的指导帮助有机地结合起来。教师的指导可通过这样一些途径去实施:一是创设情境,激发学生的探究欲望;二是指导学生围绕探究主题展开独立思考与合作交流,在学生的探究发生困难时教师给予必要的启发和点拨;三是教师对学生的指导主要通过参与学生的探究过程去实施,在平等交流的过程中体现教师对学生的指导。



正比例和反比例



39



主题图设计了一个测量旗杆和竹竿影子长度的活动情境,这是一个操作性很强的活动。教科书通过“旗杆有多高呢”的问题引出了测量旗杆影子长度的活动。为了便于利用影子长算出旗杆的高度,教科书还安排在同一时刻测量竹竿的长度和它们影子长度的活动内容。这里的活动为探索解决“旗杆有多高”的问题提供了方法和策略,通过两个小朋友的对话“旗杆有多高”和“可以通过测量影子的长度来计算旗杆的长度”,既引出了开展操作活动的需要,又为后面如何研究比例的问题做出了提示。

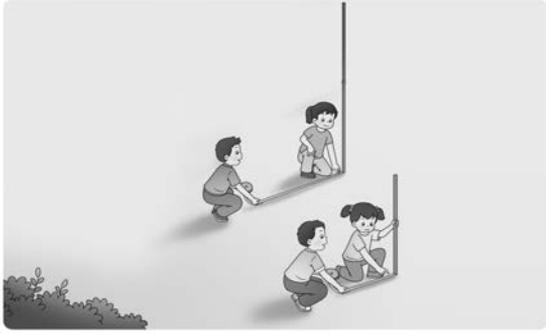
教学这一内容时,如有条件,可带领学生到操场进行实际测量,以操作活动为学生学习比例的起点;如果没有条件操作,则可以利用挂图或多媒体课件放大主题图,引导学生认真观察,明确活动内容和测量旗杆影子长度的意义,为后面正式学习比例知识做好准备。

本节建议2课时完成教学。第1课时:比例的意义和基本性质(例1、例2,课堂活动第1,2题,练习十一第1~3题。);第2课时:解比例(例3,练习十一第4~6题。)

★例1充分利用主题图测量竹竿及其影子长度的活动,引导学生利用测量所获得的数据,探究发现同一时刻不同竹竿的长度和它们影子长度的比的比值相等,并利用“比值相等”的事实为概括比例的意义提供依据。教科书揭示比例的定义以后,介绍了比例的组成、各部分的名称和比例的写法等内容。

本节对师生教与学的方式做出了提示:首先让学生通过操作或观察获得竹竿长度和它们影子长度的数据;然后,放手让学生探究发现 $3:2$ 和 $9:6$ 、 $9:3$ 和 $6:2$ 的比值分别相等,并在此基础上概括比例的定义;最后由教师讲解比例的组成和各部分名称。教学时,应根据教科书的编写意图,引导学生综合运用操作或观察、探索发现等方式学习比例。要特别强调学生对竹竿和它们影长比的比值相等结论的探索发现,这既是教学的重点,也是学习的难点,一定要让学生全面经历探究发现这一结论的过程。对于比例的组成和各部分的名称,应由教师讲解,不要让学生去猜想。对比例的定义可先让学生尝试概括,然后教师进行准确表述。


比例



竹竿长(m)	3	9	...
影子长(m)	2	6	...

观察上表,你发现了什么?

$3:2=1.5, 9:6=1.5, 3:2=9:6$,
竹竿长与影子长的比值是相等的。

还有 $9:3=6:2$,
也就是……

表示两个比相等的式子叫做比例。



在一个比例中,两端的两项叫做比例的外项,中间的两项叫做比例的内项。

$$3 : 2 = 9 : 6$$

\uparrow
外项

\downarrow
内项

\downarrow
内项

\uparrow
外项

$3:2=9:6$ 也可以写成 $\frac{3}{2}=\frac{9}{6}$ 。

 40

$$2:3=4:6$$

$$\frac{3}{4}:\frac{1}{2}=\frac{2}{3}:\frac{4}{9}$$

$$1.2:0.9=0.8:0.6$$

$$\frac{6}{8}=\frac{15}{20}$$

将上面4个比例中的两个外项和两个内项分别相乘,你能发现什么?

$$\begin{aligned} 2 \times 6 &= 12 \\ 3 \times 4 &= 12 \\ 2 \times 6 &= 3 \times 4 \\ \dots \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 1.2 \times 0.6 &= 0.72 \\ 0.9 \times 0.8 &= 0.72 \\ 1.2 \times 0.6 &= 0.9 \times 0.8 \\ \dots \end{aligned}$$

在一个比例中,两个外项的积等于两个内项的积,这叫做比例的基本性质。

$$\frac{2}{3} \times \frac{6}{9} \rightarrow 2 \times 9 = 3 \times 6$$

把比例写成分数形式,等号两边的分子和分母分别交叉相乘,积相等。为什么?



例3 解比例。

$$\frac{3}{4}:\frac{1}{2}=x:\frac{4}{9}$$

$$\text{解: } \frac{1}{2}x = \frac{3}{4} \times \frac{4}{9}$$

$$x = \frac{1}{3} \div \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{2}{3}$$



可以根据比例的基本性质,求出比例中的未知数。

试一试 解比例: $\frac{9}{6} = \frac{x}{4}$ 。

课 堂 活 动

1. 两人一组,从右边10张扑克牌中任意抽出4张,看牌上的数(A代表1)能不能组成比例。



2. 把 $\frac{1}{5} \times 7.5 = \frac{3}{7} \times 3.5$ 改写成比例,能写出哪些比例? 先和同学讨论,再写出比例。



41

★例2介绍比例的基本性质,教科书为学生提供了4个比例,让学生逐一将每个比例中的两个外项和两个内项分别相乘,从它们的积分别相等的事实中发现并总结比例的基本性质。教学时应让学生分别计算4个比例的两个外项和两个内项的积,发现在比例中两个外项的积等于两个内项的积的普遍规律,并在全面经历其探索过程、正确理解其普遍规律的基础上切实掌握比例的基本性质。对于把比例写成分数形式的内容,只是比例的一种表现形式,仍然要突出两内项之积与两外项之积相等的实质。

★例3是利用比例的基本性质解比例。教学这一内容时应注意三点:一是要充分利用比例的基本性质,比例的基本性质为解比例提供理论依据;二是注意解比例与解方程的联系,充分利用解方程的旧知识去学习解比例;三是注意严格规范解比例的书写格式。

★课堂活动第1题用玩扑克牌的活动巩固比例的意义,第2题帮助学生巩固比例的基本性质。

★练习十一第1题旨在巩固比例的意义。教学时注意引导学生根据比例的意义去选择,先计算各个比的比值,然后判断。

★第2题也是进一步强化比例的意义练习。教学时先让学生按照提示算出不同半径的圆的周长,然后根据半径与对应周长比值相等的关系组成一些比例。

★第3题是巩固比例的基本性质的练习。教学时注意引导学生根据比例的基本性质寻找合适的答案填写。

★第4题是解比例。教学时应注意两点:一是要求学生利用比例的基本性质解比例;二是注意严格规范解比例的书写格式。

★第5题可以组成不同的比例,可放手让学生独立完成。

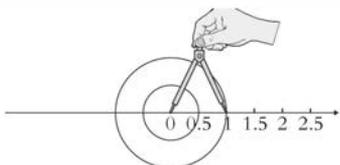
★第6题是比例知识的应用。教学时重点要突出等式的建立,可由学生自己根据题中等量关系列出比例式并解答。

练习十一

1. 下面哪几组中的两个比可以组成比例?把组成的比例写出来。

- (1) 9:24和3:8 (2) $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$ 和 $\frac{3}{4}:\frac{1}{2}$
 (3) 4:8和3.5:5 (4) 0.9:0.3和15:5

2. 画一画,填一填。



半径(cm)	0.5	1	1.5	2	...
周长(cm)					...

在上表中选出几对数组成不同的比例。

3. 填一填。

- (1) $2:3=1.2:(\quad)$ 。
 (2) 已知一个比例的两个内项的积是12,一个外项是0.5,另一个外项是 (\quad) 。
 (3) 已知 $2.5:x=1:4$,则 $x=(\quad)$ 。
 (4) 如果 $a \times 2 = b \times 5$ (a, b 都不为0),那么 $a:b=(\quad):(\quad)$ 。

4. 解比例。

- (1) $x:21=6:14$ (2) $4:0.3=x:1.8$
 (3) $\frac{2}{3}=\frac{x}{9}$ (4) $x:\frac{4}{5}=\frac{5}{12}:10$

5. 用4,0.8,5和 x 组成比例,并解比例。

6. 一个工人加工一批零件,前8天加工了600个。照这样计算,他还要多少天才能加工完?



本节建议3课时完成教学任务。第1课时:正比例的意义(例1,课堂活动第1题,练习十二第1,2题。);第2课时:正比例图像(例2,课堂活动第2题,练习十二第4,5题。);第3课时:正比例的应用(例3,练习十二第6~10题。)

正比例

例1 居委会张阿姨负责小区水费的收缴工作,下面是她统计的某单元6户人家的用水情况。

住 户	张家	赵家	李家	周家	刘家	吴家
用水量(m^3)	6	8	14	10	9	7
水费(元)	21	28	49	35		

从表中你发现了什么规律?你能根据这个规律帮张阿姨把表填写完整吗?

用水量越大,水费就越多;
用水量越小……



水费和用水量的比值
相等,也就是……

$$\frac{\text{水费}}{\text{用水量}} = \frac{21}{6} = \frac{28}{8} = \frac{49}{14} = \dots = 3.5$$

试一试 小明在乘车旅行的途中,根据汽车仪表盘记录了下面的数据。

路程(km)	40	80	120	160	240		…
时间(时)	0.5	1	1.5	2		4.5	…

根据发现的规律,在表中空白处填上适当的数。



议一议 从上面这两个实例中,你发现了什么?



用水量和水费、时间和路程分别是两种相关联的量。

在水费和用水量这两种量中,相对应的两个数的比的比值是一定的。



在路程和时间这两种量中,相对应的两个数的比的比值也是一定的。

像上面这样的两种量,叫做成正比例的量,它们的关系叫做正比例关系。

43

★例1利用小区收水费的事件,引导学生体会在单价一定的前提下水费随用水量的变化而变化的规律,并根据这种规律概括出正比例的意义。教科书用表格把每户的用水量和水费对应起来,让学生比较容易发现“用水量越大,水费越多”的变化规律,由此增强学生对成正比例的量的感受,为后面概括正比例的意义做好准备。教学的重点是引导学生探索发现表中用水量和水费之间的变化规律,并从这种变化规律中概括水费和用水量比的比值一定,为揭示正比例意义做好准备。

为了增强学生对成正比例的量的实际感受,教科书在例1后面安排了“试一试”,让学生在练习中根据路程和时间比的比值相等(即速度一定)进一步感受成正比例的量。“议一议”的讨论活动,教科书采用教师提示学生探索的方式给出了“相关联的量”的概念,教科书没有具体定义什么是相关联的量,而是用学生已经熟知的用水量和水费、时间和路程等具体事例去描述相关联的量,并用对话的方式呈现这一内容,两个学生的对话内容对于揭示正比例的意义特别重要,它从根本上表达了正比例

的本质属性。教科书这样编写体现了注重学生对正比例概念实质的理解,淡化其文字表述的编写思想。

引导学生概括正比例意义时注意突出两个问题:一是充分利用水费和用水量、路程和时间之间的密切联系建立“相关联的量”的概念,让学生明确什么是相关联的量;二要特别强调正比例“比值一定”的本质特征,让学生正确理解“比值一定”的含义,并让学生切实懂得:两种相关联的量比值一定时,一种量扩大到原来的几倍,另一种量也跟着扩大到原来的相同的倍数;一种量缩小到原来的几分之一,另一种量也跟着缩小到原来的几分之一。教学时要特别强调学生对正比例意义实质的理解,而不是其文字的表述。

★例2引导学生学习正比例图像,并利用正比例图像解决简单的实际问题。教科书仍用实际问题引入新知识,通过小麦质量和面粉质量之间的正比例关系引出正比例图像。教科书在正比例图像下面设计了3个题:第(1)题主要是让学生从图像上发现两种相关联的量之间的变化趋势和变化规律;第(2)题是引导学生利用正比例图像解决实际问题;第(3)题是引导学生用图像直观地估计磨300kg面粉所需要的小麦,同样是用图像解决问题。

教学例2时,先充分利用教科书设计的统计表,引导学生根据表中小麦质量和面粉质量之间的对应关系,准确判断两种量之间的正比例关系,为学习正比例图像做好准备。然后通过教师介绍,让学生明白面粉质量和小麦质量之间的正比例关系可以用图像表示,由此引导学生探索用图像表示面粉质量与小麦质量之间正比例关系的方法,其重点是引导学生在方格纸上准确地找到表中所列出的面粉质量与小麦质量的对应点,并用直线将这些点连起来。正比例图像尽量让学生去完成,教师注意加强指导。

正比例图像作好后,应引导学生对图像进行深入的观察分析,让学生从图中直观感受到面粉质量随着小麦质量的扩大而扩大,并且扩大倍数相同,所以正比例图像是一条直线。

★例3引导学生学习用正比例知识解决问题,一方面强化学生对正比例意义的理解;另一方面让学生体会正比例知识在生活中的应用,并培养学生解决问题的能力。

面粉厂用一种新型面粉机磨面粉,工人在使用过程中收集到下面一些数据。

小麦质量(kg)	…	100	200	300	400	…
面粉质量(kg)	…	70	140	210	280	…

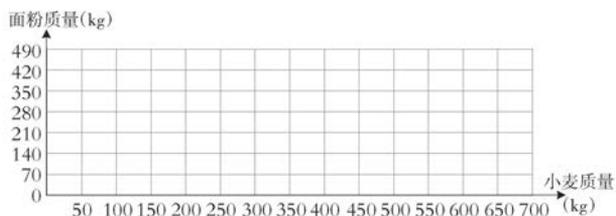
面粉的质量和小麦的质量成正比例。



它们之间的关系可以用图像来表示。



把上表中的小麦质量和面粉质量所对应的点描在方格纸上,再顺次连接起来。



- (1)观察上图,你发现了什么?
- (2)王大爷家有500kg小麦,如果全部加工,能磨出多少千克面粉?
- (3)根据图像估计一下,要磨出300kg面粉,需要多少千克小麦?

李老师应该付给邮局多少元?



议一议 在上面的问题中,哪两种量是相关联的量?它们成什么比例关系?

解:设李老师应该付给邮局 x 元。

$$\frac{195}{5} = \frac{x}{8}$$

$$5x = 195 \times 8$$

$$x = \frac{195 \times 8}{5}$$

$$x = 312$$

答:李老师应该付给邮局312元。

订报的钱数和份数的比值一定,用正比例的知识来解答。



课 堂 活 动

1. 说一说生活中成正比例的量。

汽车的速度一定,所行的路程与行驶的时间成正比例。



长方形的长一定,它的面积与宽成正比例。



2. 一种丝绸每米售价40元,购买2m,3m,4m,……这种丝绸各要多少元?将相应的金额填在表中。

长度(m)	1	2	3	4	5	6	…
金额(元)	40						…

购买丝绸的长度和所需要的金额成正比例吗?用图像把它们的变化规律表示出来。



(1) 观察图像,280元可以购买多少米丝绸?

(2) 根据图像估计一下,买6.5m丝绸要用多少元?

45

教科书不仅完整地呈现了列比例和解比例的过程,而且还在列比例之前安排了“议一议”的讨论活动,让学生先对题目中两种相关联的量之间的正比例关系做出准确的判断。

教学例3时要特别注意解决好两个问题:一是引导学生根据题中给定的信息认真分析订《中国少年报》的总价和份数之间的关系,对两种相关联的量之间的正比例关系做出准确的判断,为正确列比例提供依据;二是引导学生根据两种相关联的量之间的正比例关系列出比例,列比例时注意紧紧抓住订报纸的钱数和份数的比值一定(即单价一定)这一关键,并以此为等量关系列出比例。列比例时教师注意对找等量关系等问题做适当指导,对于解比例则完全可以放手让学生根据比例的基本性质去完成。

★课堂活动第1题让学生交流自己在生活中所见到的成正比例的量,以加深学生对成正比例量的实际感受。对于学生所说出的量是不是成正比例的量,教师要给予明确的评价。

★第2题是为巩固正比例图像知识而设计的专项练习。教学时应引导学生按照例2解决的思路去有序地完成,一是让学生根据表中数据对两种相关联的量之间的正比例关系做出准确判断;二要重点关注学生在图上描点、连线的过程,让学生切实掌握其方法;三是让学生尽可能自主完成后面的问题。

★练习十二第1题是为巩固正比例意义而设计的练习题,教学时先让学生明确表中两种数量是相关联的量,然后根据表中两种量的比的比值相等做出正确的判断。

★第2题直接判断问题中的两种量是不是成正比例的量,以此巩固正比例的意义,教学时注意引导学生根据正比例意义作出判断。第(3)、(5)题注意让学生说一说不能成正比例的理由。

★第3题根据正比例意义填表,进一步强化对正比例意义的理解。教学时注意引导学生先算出 x 和 y 的比值,然后求出表中的未知项。

★第4题利用正比例图像解决问题。教学时,一是注意提醒学生充分利用正比例图像解决问题;二是题中告诉的参观地点等文字信息可能给问题的解决带来某些干扰,注意引导学生排除干扰,利用题中汽车行驶路程和耗油量等数量信息,从图中找到两种数量对应的点。

练习十二

1. 下面表中的两种量成正比例吗?为什么?

(1)

成年人人数(人)	1	50	1000	10亿
每天呼出二氧化碳(kg)	0.9	45	900	9亿

(2)

阔叶林面积(km ²)	1	50	1000	90万
每天吸收二氧化碳(吨)	100	5000	100000	9000万

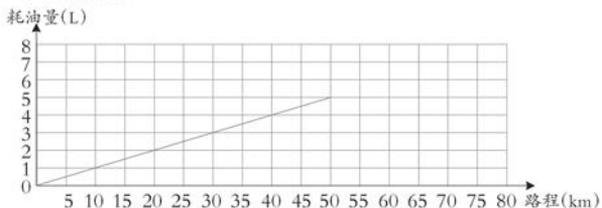
2. 判断下列说法是否正确,并说明理由。

- (1) 梨的单价一定,购买梨的总价和数量成正比例。
- (2) 每时织布米数一定,织布的总米数和时间成正比例。
- (3) 人的年龄和身高成正比例。
- (4) 每次搬砖的块数一定,搬的总块数与搬的次数成正比例。
- (5) 三角形的面积一定,底和高成正比例。

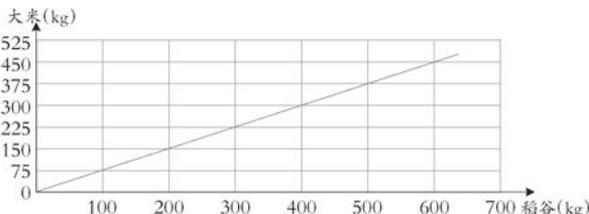
3. 下表中 x 和 y 两个量成正比例,请把表格填写完整。

x	3	9		$\frac{1}{2}$	
y	4		2.4		$\frac{1}{2}$

4. 周叔叔买了一辆新汽车,下图表示的是他开车从成都到都江堰的耗油量与路程之间的关系。



- (1)行驶路程与耗油量成正比例吗?
 (2)成都到都江堰的路程是50km,汽车耗油多少升?
 (3)游完都江堰后,周叔叔还想去80km外的卧龙大熊猫自然保护区参观。此时油箱里大约还剩下6L汽油,他需要加油吗?
- 5.下图表示的是某大米加工厂加工的稻谷和大米之间的关系。



- (1)从上图可以看出,这批稻谷的出米率是多少?
 (2)照这样计算,1500kg稻谷可以加工多少千克大米?
 (3)照这样计算,加工出1500kg大米,需要多少千克稻谷?
- 6.20颗螺丝钉重240g,3600g同样的螺丝钉有多少颗?
- 7.华南虎被联合国列为世界十大濒临灭绝动物之一,比大熊猫还稀少。野化2只华南虎一般需要 60km^2 的土地。照这样计算,野化5只华南虎需要多大面积的土地?
- 8.萌萌和同学们在操场上测量出一棵树的影子长是4m,同时测得直立的米尺影子长是40cm。这棵树高多少米?
- 9.一种大豆,10kg可以榨2kg油。照这样计算,榨50吨油,需要多少吨这样的大豆?
- 10.我国发射的科学实验人造卫星,在空中绕地球运行6周需要10.6时。按这样的速度再运行15周,一共需要多少时?



47

★第5题也需用正比例图像解决问题。教学时要注意充分利用正比例图像,让学生直接用正比例图像解决问题。

①让学生根据稻谷和大米质量的对应关系发现两种量的比值(即出米率)。

②根据大米和稻谷之间的正比例关系分别列比例求1500kg稻谷可以加工多少千克大米,加工1500kg大米需要多少千克稻谷。

★第6,7,8,9用正比例解决简单的实际问题,直接利用正比例的意义可以列出比例,可由学生独立完成这些习题。教学时先让学生对题中两种相关联的量之间的正比例关系作出准确的判断,再根据正比例关系列出比例并正确解答。

★第10题是一个稍复杂的正比例问题。教学时提醒学生注意题中“再运行15周”“一共需要多少时间”等重要信息,并根据这些信息去寻找问题解决的方法。本题有两种解决方法:一是先

求出再运行15周所需要的时间,再求一共需要多少时间;二是先求一共要运行多少周(6+15),再求运行21周需要多少时间。教学时应鼓励学生用不同的方法解决。

本节建议2课时完成教学。第1课时:反比例的意义(例1,课堂活动,练习十三第1~3题。);第2课时:反比例的应用(例2,练习十三第4~9题。)

★例1认识反比例,建立反比例概念。教科书利用给游客分组的事件引出具有反比例关系的两种量,例题让学生探究发现表中两种数量之间所反映的规律。教科书用两名学生对话的方式做出提示:一是每组人数扩大,分的组数反而缩小,这一提示反映了两种相关联的量的变化趋势(一种量扩大,另一种量反而缩小);二是每组人数和组数的乘积相同(即总人数一定)。教学例1时要特别注意几点:一是要充分利用例题提供的反映两种量变化的数据;二是让学生全面经历探索两种量变化规律的过程,既要让学生切实发现两种量的变化条件(在总数不变的前提下变化),也要让学生发现两种量的变化趋势。

为了增强学生对成反比例的两数量之间变化规律的实际感受,教科书在例1的后面安排了“试一试”。这一内容由学生通过独立探究或合作讨论完成,让学生全面经历探索的过程。

紧接着教科书安排了概括反比例意义的讨论,用对话的形式再一次强化在两种相关联的量中两个量的乘积一

定的问题,这是反比例的本质特征,这对反比例意义的揭示和理解尤为重要。在讨论的基础上教科书概括了反比例的概念,由教师带领学生进行,并且在教科书中明确表述出来。为了强化学生对反比例意义的理解,教科书还要求学生说出生活中一些成反比例量的例子,这样既可以帮助学生加深对反比例意义的理解,也起到突出反比例与生活紧密联系的作用。



反比例

 60名游客在井冈山游览,准备分组活动,提出的分组建议如下表。

每组人数(人)	3	5	6	10	
组数(组)	20	12	10		4

从表中你发现了什么规律?根据这种规律把上表填写完整。

每组人数扩大,组数反而缩小……



每组人数和组数的乘积是一定的。



试一试 探索规律,并按规律填表。

这篇稿子,如果每分打120个字,25分可以打完。

每分打字个数(个)	120	100	75	60	
所需时间(分)	25	30			60

议一议 从上面的两个例子中,你发现了什么?

在每组人数和组数这两种相关联的量中,相对应的两个数的乘积是一定的。



在每分打字个数和打字时间两种相关联的量中,相对应的两个数的乘积也是一定的。



像这样的两种量,叫做成反比例的量,它们的关系叫做反比例关系。

说一说 生活中还有哪些成反比例的量?

 48

2 “青年突击队”参加泥石流抢险,原计划每小时行6km,要4时才能到达目的地。出发时接到紧急通知要求3时到达,他们平均每小时需要行多少千米?

要求他们平均每小时行多少千米,需要先求出……



路程一定,速度和时间成反比例。

解:设他们平均每小时需要行 x km。

$$3x=6\times 4$$

$$x=24\div 3$$

$$x=8$$

答:他们平均每小时需要行8km。

课 堂 活 动

1. 用24个边长为1dm的正方形拼1个长方形,把所拼成的长方形的长和宽填入下面的表格里。



长(dm)				
宽(dm)				

在上表中,长和宽成反比例吗?为什么?

2. 用橡皮筋在钉子上围几个宽为2cm的长方形,把围成的长方形的长和面积填入下面的表格里。

长(cm)				
宽(cm)	2	2	2	2
面积(cm^2)				



在上表中,长和面积成比例吗?成什么比例?

49

★例2用反比例知识解决实际问题。教科书在分析问题的过程中,强化了对题中数量关系的分析和题中两种相关联的量之间比例关系的判断,这是问题解决的关键。为了更好地突出例题的示范作用,教科书给出了完整的解题过程。

教学例2时要突出学生对题中数量关系的分析,要特别强调路程一定的情况下,速度和时间这两种相关联的量成反比例关系,让学生在准确判断两种量之间比例关系的基础上去找出等量关系并列方程,建立方程后则可以放手让学生自己去求解。教学中注意引导学生根据反比例意义去分析速度和时间两种相关联的量之间的关系,一方面让学生学习用反比例意义解决问题的方法,另一方面更好地体会反比例意义在解决实际问题中的重要价值。

★课堂活动第1题让学生用24个边长为1dm的正方形拼不同形状的长方形,并探索长方形长和宽之间的变化规律。教学时应注意几点:一是让学生

全面地经历拼长方形的过程,在拼的过程中获得长方形长和宽的实际数据;二是让学生切实感受到长方形面积一定,他们的长和宽之间的变化规律,加深学生对反比例意义的理解。

★第2题让学生在围长方形的活动中进一步感受正比例中两种相关联的量的变化规律,从而加深正比例概念的本质属性的把握。教学时一要重视学生的操作活动,让学生在活动中感受长方形的长和面积的变化过程;二要注意突出长方形宽不变,长和面积之间的变化规律,以此准确判断二者之间的变化规律。

★第3题是让学生在“做不同长方形的活动中探索并体会长方形周长一定,长和宽不成比例”的问题。这是一种既有操作性又有探索性的活动,它有助于学生更好地理解正比例和反比例的本质属性。教学时一要落实学生操作,让学生在操作活动中获得“长方形周长一定,长和宽不成比例”的实际感受。

活动后既要让学生发现长和宽不成比例的结论,又要明确不成正比例或反比例的理由,以此从反面进一步强化对正比例和反比例意义的理解。

★练习十三第1题是根据两种相关联的量之间的变化规律判断两种量是不是成反比例的量,以此加深学生对反比例意义的理解。

★第2题判断两种量成不成比例和成什么比例。教学时注意引导学生根据正比例和反比例的意义进行判断,判断后可选择1~2个判断题说说理由。

3. 用硬纸片做几个周长为30cm的长方形,将所做的长方形的长和宽填入下表。



长(cm)	10			
宽(cm)	5			

在上表中,长和宽成比例吗?为什么?

练习十三

1. 下面各表中的两种量成反比例吗?为什么?

(1)				
每天的烧煤量(kg)	20	40	50	100
烧的天数(天)	50	25	20	10
(2)				
平行四边形的底(cm)	20	15	10	6
平行四边形的高(cm)	3	4	6	10

2. 判断下面各题中的两种量是否成比例。如果成比例,成什么比例?

- (1) 报纸的单价一定,订阅的份数与总价。
- (2) 圆柱的体积一定,它的底面积和高。
- (3) 运动员跳高的高度和他的身高。
- (4) 一筐桃平均分给猴子,猴的只数和每只猴分桃的个数。
- (5) 圆的面积和它的半径。
- (6) $C=4a$, C 和 a 。

3. 按规律填数。

(1) (1, 36), (2, 18), (3, 12), (4, \square), (5, \square)。

(2) $\frac{1}{5}, \frac{2}{10}, \frac{3}{15}, \frac{4}{\square}, \frac{\square}{25}$ 。

(3) 81, 27, (\square), 3, 1, (\square)。

4. 有一堆煤, 3辆卡车8次可以运完。如果要6次运完, 需要安排几辆这样的卡车?

5. 学校组织同学参观爱国主义图片展, 每60名同学聘请2名讲解员作介绍。全校960名同学参观, 需要聘请几名讲解员?

6. 解比例。

(1) $0.25 : x = 15 : 100$

(2) $x : 10 = 0.1 : 0.2$

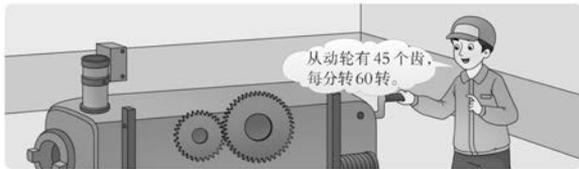
(3) $1.25 : 1.6 = 0.75 : x$

(4) $\frac{2}{5} : x = 0.3 : 0.5$

7. 学校买地砖装修会议室, 原来准备用边长为6dm的正方形地砖, 需要400块。



8. 一对互相咬合的齿轮, 主动轮有25个齿, 主动轮每分钟转多少转?



9. 一辆汽车运一批水泥, 每次运4.5吨, 16次可以运完。如果每次少运0.5吨, 多少次可以运完?

51

★第3题按规律填数, 练习的重点是发现规律, 再按规律填上合适的数。完成后可选择1~2小题让学生说一说自己发现规律的过程, 加深学生对规律的认识。

★第4, 5题是用正、反比例知识解决问题。教学时要让学生正确理解题意, 然后分别对题中两种相关联的量之间的比例关系做出准确判断, 然后正确地列出方程并求解。

★第6题解比例是对第1节内容的巩固, 让学生独立练习, 练习时要求学生运用比例的基本性质解比例, 解比例后要求学生检验, 并注意规范学生解比例的书写格式。

★第7, 8题用反比例知识解决实际问题, 为了帮助学生更好地理解题意, 教科书分别安排情境图。教学时让学生先分别找到题中不变的量, 然后对两种相关联量之间的反比例关系做出准确判断, 在此基础上正确解决问题。

★第9题是一个稍复杂的反比例问题。教学时先让学生根据“每次少运0.5吨”的信息确立每次运多少吨, 然后根据反比例意义列出方程并求解。

本节建议2课时完成教学。第1课时:整理复习(教科书第52页内容,练习十四第1~9题。);第2课时:解决问题(练习十四第10~14题及补充题。)

教科书用表格引导学生对全单元学习的内容进行回忆和反思。表格中设计了“本单元的主要内容”“我学得最好的内容”“我还不明白的内容”3个栏目,一方面引导学生全面再现单元知识内容,另一方面又对学习效果进行自我评价与反思。在整理中教科书还做出“你能运用正比例和反比例知识解决生活中的哪些问题”的提示,体现了教科书对学生运用正、反比例知识解决问题的关注,体现了对学生解决问题能力培养的重视。教科书针对正、反比例意义两大核心内容安排了“议一议”的讨论活动,讨论针对全单元学习的重点和难点展开。

教学时可先引导学生对全单元知识内容进行回忆,有序地说出本单元的知识内容,教师根据学生的回忆将其主要内容呈现出来,画出有关比例、正比例、反比例的单元知识结构图,以促进学生知识掌握的系统化。对学习后的收获和体会,尽可能让学生说出自己的真实感受。对于运用正、反比例知识能解决生活中哪些问题,可先让学生简单交流,交流后再完成问题解决的练习。有关“议一议”的内容,重点应突出第

(2)题。教学时应引导学生展开深入讨论,先找出两者的相同点:①正比例和反比例都反映两种相关联的量之间的关系;②正比例和反比例都是一种量随另一种量的变化而变化。然后引导学生从不同角度找出正比例和反比例的区别,可以引导学生根据正、反比例的意义进行区别:在正比例中,两个相对应的量的比的比值一定;在反比例中两个相对应的量的乘积一定。

★练习十四第1,2,3题是巩固比例意义的练习题,由学生独立完成。一方面应突出比例的基本性质,另一方面要注意严格规范解比例的书写格式。

整理与复习

本单元的主要内容	
我学得最好的内容	
我还不明白的内容	
.....	

你能运用正比例和反比例的知识解决生活中的哪些问题?

议一议

(1)什么是比例?比例的基本性质是什么?
 (2)成正比例的量与成反比例的量有什么相同点和不同点?怎样判断两种量是否成正比例或反比例?
 (3)下面的说法对吗?

平行四边形的底一定,它的高和面积成正比例。

工作总量一定,工作时间和工作效率成反比例。

练习十四

- 
 长2.4m,宽1.6m


 长60cm,宽40cm

(1)这两面国旗的长和宽的比,是否可以组成比例?
 (2)如果可以组成比例,把组成的比例写出来,并指出这个比例的内项和外项。
- 大、小文具盒单价的比是4:3,其中大文具盒的单价是12元,小文具盒的单价是多少元?
- 解比例。

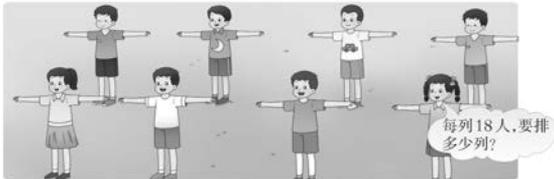
(1) $10:12=x:30$	(2) $2x:0.8=1.5:4$
(3) $\frac{1.8}{2}=\frac{x}{5}$	(4) $\frac{2}{3}:\frac{1}{2}=x:\frac{2}{5}$

4. 判断下面各题中两种量是否成比例。如果成比例,成什么比例?

- (1) 正方形的边长与周长。
- (2) 行驶一段路程,车轮的直径与车轮转动的转数。
- (3) 圆柱的高一定,它的体积和底面积。
- (4) $y=5x$, x 和 y 。
- (5) $xy=24$, x 和 y 。

5. 在路程、速度和时间3个量中,什么情况下其中的两个量成正比例?什么情况下其中的两个量成反比例?

6. (1) 学校举行方阵团体操表演,排成5列需要90人。照这样计算,排成24列,需要多少人?
- (2) 学校举行方阵团体操表演,如果每列16人,要排27列。



7. 张大爷至少需要准备多少千克黄豆?



8. 印刷厂用一批纸装订练习本。如果每本50页,可以装订1200本。如果每本40页,可以多装订多少本?

9. 在括号里填适当的数。

$$(1) \frac{5}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{8}$$

$$(2) 0.63 : (\quad) = (\quad) : 10$$

53

★第4题判断两种相关联的量是否成正比例或反比例,可结合第52页中“议一议”第(3)题一并完成。

★第5题可以帮助学生进一步加深对正、反比例意义的联系和区别的理解。教学时可让学生回忆路程、速度、时间之间的关系,先找到不变的量,然后分析其余两个量之间的变化规律。

★第6,7题是解正比例、反比例问题。教学时要重视对题中两种相关联的量成什么比例的判断,让他们在对正比例关系和反比例关系的准确判断的基础上列出方程并求解。

★第8题是稍复杂的反比例问题,教学时一是让学生理出解题思路;二是要重视两种相关联的量之间比例关系的判断。

★第9题是两个思考性比较强的问题。教学时注意引导学生利用比例的基本性质,根据两个外项的积与两个内项的积相等,分别确定比例的两个内项。

★第10题需要用比例尺解决问题,教学时注意学生解题思路的引导:先利用比例尺求出甲、乙两地之间公路的实际长度,然后根据路程、速度、时间之间的关系解决问题。

★第11题是一个思考性较强的问题,练习时注意引导学生对问题解决方法的探究,重点引导学生根据两个长方形长和宽的比的比值相等去作出判断,并说明理由。本题可组织学生展开合作并讨论。

★第12题是一道内容稍复杂并且解题要求较高的练习题。教学中应注意几点:一是要求学生仔细阅读题目,明确“分别用正比例关系和反比例关系”的解题要求。二是引导学生分别用正比例意义和反比例意义探索问题解决的方法,利用时间和速度之间的反比例关系列出方程。三是问题解决后引导学有余力的学生对两种解法做适当比较,让他们进一步明确两种解法之间的联系。

★第13题是一个稍复杂的正比例问题,教学时重点让学生明确“再增加2台同样的打米机”的条件。

★第14题是一个综合性的问题,涉及求比值、判断两种相关联的量是否成正比例、画正比例图像并用正比例图像解决问题等内容。教学时,一是先让学生读懂题意,明确每一步的要求;二是要准确地画出正比例图像;三是根据正比例图像直接估计飞行2500km所需要的时间。

10. 在一幅比例尺为1:2000000的地图上,量得甲、乙两地之间的公路长36cm。一辆汽车以平均每时80km的速度从甲地开往乙地,要几时才能到达?
11. 一个长方形的长是6cm,宽是4cm;另一个长方形的长是9cm,宽是6cm。你能按照一定的比例把大长方形缩小成与小长方形完全重合的图形吗?为什么?
12. 一辆卡车计划每时行50km,从甲地到乙地需要行驶9时。实际速度比计划慢,这辆卡车从甲地到乙地实际行了几时?



你能分别用正比例、反比例关系解决上面的问题吗?

13. 3台打米机1时打米750kg。照这样计算,再增加2台同样的打米机,1时能打米多少千克?
14. 一架飞机的飞行时间和航程如下表。

飞行时间(时)	2	3	4	6
航程(km)	1600	2400	3200	4800

- (1) 写出几组航程和相对应的飞行时间的比,并比较比值的大小。说一说它们的比值表示什么。
- (2) 表中的航程和飞行时间成正比例吗?为什么?
- (3) 在下图中描出表示航程和相应飞行时间的点,然后把它们顺次连起来,并估计一下飞行2500km要用多长时间。

