阿基米德群牛问题

公元前3世纪下半叶古希腊科学家阿基米德在论着《群牛问题》中记载了本问题。原文用诗句写成，大意是：西西里岛草原上有一大群牛，公牛和母牛各有4种颜色。设W、X、Y、Z分别表示白、黑、黄、花色的公牛数， w、x、y、z分别表示这白、黑、黄、花色的母牛数。要求有W＝（１／２＋１／３）X ＋Y，X＝（１／４＋１／５）Z＋Y，Z＝（１／６＋１／７）W＋Y，w＝（１／３＋１／４）（X＋x），x＝（１／４＋１／５）（Z＋z），z＝（１／５＋１／６）（Y＋y），y＝（１／６＋１／７）（W＋w），（W＋X）为一个正方形（数），（Y＋Z ）为一个三角数（即m（m＋１）／２，m为正数）。求各种颜色牛的数目。最后两个条件中的正方形数有两种解释：一种是W＋X＝m n，（因为牛的身长与体宽不一样，排成正方形后两个边牛的数目不一样）称为「较简问题」，求解后牛的总数近6万亿，另一种为W＋ X＝n^2（长与宽的数目相等），称为「完全问题」。即使没有最后两个条件，群牛问题的最 小正数解也达几百万到上千万。

１８８０年阿婀托尔提供了一种解答，导 致二元二次方程$t^2-du^2=1$，因d的值达４００多万亿，所以完全问题的最小解中牛的总数已超 过２０多万位的数。可见阿基米德当时未必解出过这个问题，而它的叙述与实际也不符。历 史上对这问题的研究丰富了初等数论的内容。